

Mecânica do contínuo: brevíssima introdução

Kelvin Rafael D. Machado

agosto de 2025

Resumo

A mecânica do contínuo desenvolve modelos matemáticos para prever o comportamento de materiais submetidos a cargas (mecânicas ou de outro tipo) e suas deformações ou movimentos. Esta disciplina é essencial para o dimensionamento de elementos estruturais, permitindo representações precisas do comportamento, otimizações e maior segurança no projeto. Esta breve revisão apresenta as bases sobre as quais esta área se fundamenta.

Palavras-chave: mecânica do contínuo

1 Introdução

Muitos modelos matemáticos de fenômenos naturais são baseados em leis físicas que foram formuladas e pesquisadas ao longo de séculos. Assim foi com a mecânica, que desenvolveu-se ao longo do tempo, beneficiando-se dos avanços no conhecimento físico e matemático. A mecânica do contínuo, mais especificamente, dá um passo adicional na compreensão básica dos fenômenos estruturais, apresentando um rigor matemático maior capaz de captar as nuances do comportamento dos materiais.

A mecânica do contínuo trata das deformações e forças na matéria, seja ela sólida, líquida ou gasosa. Para tal, é assumido que o espaço onde estes fenômenos ocorrem é o *espaço euclidiano* \mathbb{R}^3 de três dimensões e valem as premissas da *Mecânica Newtoniana*.

1.1 Escala

Primeiramente, precisamos considerar o efeito da escala dos problemas que desejamos compreender. O domínio de manifestação da mecânica do contínuo é o espaço e o tempo. Podemos analisar problemas tanto em escalas extremamente pequenas como também em escalas relativamente maiores. A terminologia para estas escalas são: nano (para fenômenos da ordem de 10^{-9} m), micro (para fenômentos da ordem de 10^{-3}

m) e macro (para fenômenos da ordem de 10^{-3} m a 10^3 m, visíveis a olho nú). Para análises de grandezas extremamente diminutas, da ordem de 10^{-10} m, a estrutura de modelagem dos fenômenos deve considerar os efeitos da mecânica quântica ou de teorias discretas moleculares. Usualmente a mecânica do contínuo é aplicada para compreender o comportamento de materiais em escala macroscópica, com ordens de grandeza entre 10^{-6} m e 10^3 m e, em termos de tempo, na ordem de 10^{-6} s e 10^6 s.

1.2 Hipótese do contínuo

Uma vez determinada a escala de modelagem do problema de interesse, adota-se a chamada *Hipótese do contínuo*. Matematicamente, a hipótese do contínuo toma a noção de número real, a qual pode-se definir de maneira simplificada como sendo o fato de que dados dois números reais distintos, existem infinitos outros números reais entre eles. Intuitivamente, pode-se definir o espaço e o tempo representados através do conjunto dos números reais.

Assim, podemos expandir a noção de contínuo para a matéria e definirmos a distribuição desta no espaço. Esta ideia pode ser ilustrada a partir do conceito de densidade de massa. Para isto, consideremos uma região V_0 no espaço e o ponto P pertencente a V_0 . Dada a sequência de subespaços $V_1, V_2 \dots V_n$, podemos convergir em P a massa M_n condizente ao subespaço V_n . Assim definimos a densidade de massa associada ao ponto P de acordo com o limite dado pela equação (1):

$$\rho(P) = \lim_{V_n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{V_n} \quad (1)$$

Se a densidade de massa é bem definida em qualquer ponto pertencente a V_0 , a massa é dita continuamente distribuída.

O mesmo pode ser assumido para definir as densidades de força, momento linear e angular, energia e outras variáveis necessárias para o modelo do material.

A mecânica do contínuo geralmente ignora falhas e descontinuidades do material em nível microscópico.

Os resultados da mecânica do contínuo são descritos em termos de campos de deformação, velocidades, tensões, etc.

1.3 Tensores

A mecânica do contínuo é formulada através em termos de diferentes variáveis:

- *escalares* que representam valores singulares para cada ponto no espaço (e.g. densidade do material, temperatura);
- *vetores* que expressam grandezas associadas ao espaço tridimensional (e.g. deslocamentos ou velocidades) e
- *matrizes*, que usualmente associam nove componentes espaciais (e.g. tensões ou deslocamentos). Por conta desta complexidade, a mecânica do contínuo faz uso do *formalismo de tensores* que possibilita uma representação eficiente das grandezas associadas às equações que governam os fenômenos analisados.

Uma característica da mecânica do contínuo é que a sua formulação independe do sistema de coordenadas adotado. Este conceito é normalmente formulado como *objetividade*, *estrutura invariante* ou *isotropia espacial*.

Por estas razões, o uso de tensores e álgebra linear é necessária para uma correta formulação e solução de problemas da mecânica do contínuo.

Na figura 1, abaixo, mostra-se o tensor das tensões de Cauchy, ferramenta importante de onde originam-se as componentes de tensão necessárias para modelar um problema mecânico.

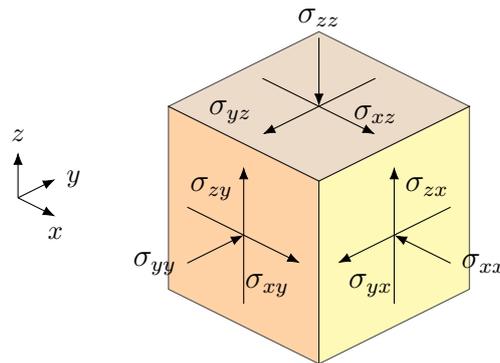


Figura 1 – Tensor das tensões de Cauchy

1.4 Estrutura de estudo

O estudo da mecânica do contínuo segue uma estrutura lógica, a qual podemos categorizar da seguinte maneira:

1. Cinemática: deformações e deslocamentos;
2. Cinética: balanço de momento linear e momento angular;
3. Termodinâmica: primeira e segunda lei da termodinâmica;
4. Equações constitutivas: relações de tensão x deformação.

1.5 Breve histórico

As origens da mecânica do contínuo podem ser rastreadas desde as primeiras observações realizadas pelos gregos antigos. Mas é somente com o surgimento das bases do método científico a partir de Galileu Galilei, no século XVII, que as primeiras formalizações surgiram. O próprio Galileu estudou o comportamento da resistência de materiais. Robert Hooke formulou a resposta linear elástica dos materiais. Em seguida, Newton revolucionou a ciência ao apresentar as bases da mecânica com seu *Principia*. O próximo século traz figuras proeminentes que contribuíram com a evolução da área, como Euler e Lagrange. No século XIX Navier apresenta as equações de equilíbrio e Cauchy o conceito de tensões em um ponto. Durante este período consideráveis contribuições na teoria da elasticidade foram dadas por Poisson, Lamé, Green, Saint-Venant, Airy, entre outros. Nos anos de 1800, Kirchoff, Boussinesq apresentam a teoria das deformações finitas e Maxwell, Kelvin e Boltzmann propõem o início da visco-elasticidade.

O século XIX ainda trouxe avanços na termodinâmica, através das contribuições de Carnot, Precott, Rankine, Clausius e Kelvin. Fourier apresentou significativas contribuições na fundamentação da transferência de calor.

Já no século XX, Bingham apresenta o campo chamado reologia. Outros nomes de destaque na área, desta época são: Truesdell, Eicksen, Noll, Toupin, Coleman, entre outros.

A partir da segunda metade do século XX, um grande salto de desenvolvimento na área é observado, haja visto o surgimento do computador.

Referências

REDDY, Junuthula Narasimha. *An introduction to continuum mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

SADD, Martin H. *Continuum mechanics modeling of material behavior*. Academic Press, 2018.